

УДК 519.876.2

DOI: 10.26102/2310-6018/2019.26.3.024

Н.Е. Красова, Н.А. Алейникова

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧИ  
ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАБОРА КОНТРОЛЬНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ  
С ПОМОЩЬЮ НЕЧЕТКОГО МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ  
И МЕТОДА, ОСНОВАННОГО НА ИЗМЕРЕНИИ ЛАТЕНТНЫХ  
ПЕРЕМЕННЫХ**

*ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н. Е. Жуковского  
и Ю. А. Гагарина», Воронеж*

*В статье рассматривается математическое моделирование задачи многокритериального выбора контрольных мероприятий для проведения текущего контроля успеваемости с помощью двух методов: метода нечеткого анализа иерархий и метода, основанного на измерении латентных переменных (метода Раша). Оба метода относятся к экспертным методам. Достоинство использования нечеткого метода анализа иерархий состоит в описании относительных значений атрибутов с помощью нечетких чисел вместо точных. Благодаря этому эксперт получает возможность не только оценить степень предпочтения одного объекта над другим, но и выразить в этой оценке свои сомнения, опыт, интуицию. Главным недостатком данного подхода является сложность и трудоемкость вычислений. Преимущества метода Раша в простоте вычислений, в переходе от субъективных оценок экспертов к объективным, обладающим свойством линейности. В рамках построенной иерархической модели, направленной на увеличение эффективности процесса обучения, определены веса разных видов контрольных мероприятий этими методами. В дальнейшем полученные веса могут быть использованы в качестве параметров в моделях формирования набора контрольных мероприятий, основанных на минимизации трудности их осуществления и максимизации их полезности.*

**Ключевые слова:** методы экспертного оценивания, матрица парных сравнений, нечеткий метод анализа иерархий, латентные переменные, метод Раша.

**Введение.** В связи с внедрением новых образовательных стандартов в высшем образовании возрастают требования к росту качества обучения, что требует, в свою очередь, специализированной системы контроля, которая позволила бы оценивать степень овладения пройденным материалом. Такая система контроля включает в себя текущий контроль успеваемости, промежуточную аттестацию и государственную аттестацию. Если промежуточная и государственная аттестация жестко регламентированы, то текущий контроль должен осуществляться регулярно и преподаватель свободен в выборе инструментов для такого контроля. Текущий контроль может проводиться, например, в виде теста, опроса, вызова к доске, выполнения самостоятельного типового расчета, блиц-контрольной, диагностической проверки остаточных знаний и т.д.

В связи с этим встает вопрос о выборе контрольных мероприятий для проведения текущего контроля преподавателем, который позволил бы

оценить качество обучения, своевременно получить информацию об отклонении знаний и навыков обучаемых от требуемого уровня, а так же не требовал значительной затраты ресурсов времени и нервной энергии как преподавателя, так и обучаемых. Решение этой проблемы без применения математических моделей и методов невозможно.

Ключевой проблемой, возникающей при разработке математических моделей выбора оптимального набора контрольных мероприятий, является задача сравнения возможных вариантов набора по характеристикам, которые, в общем случае, носят качественный характер. Для решения этой задачи чаще всего используются многокритериальные методы экспертного оценивания. Наиболее часто используемым является метод анализа иерархий (МАИ) и его модификации, включающие нечеткие МАИ (НМАИ). Перейдем к краткому описанию данного метода.

**Материалы и методы.** Классический МАИ был разработан Т. Саати, ему посвящено множество исследований, например, [1]. Алгоритм классического МАИ состоит из следующих этапов:

1. Качественная модель проблемы выстраивается в виде иерархии. На верхнем уровне иерархии задается цель, подуровни которой включают альтернативные варианты достижения цели и критерии, с помощью которых оцениваются качества альтернатив.

2. Находят приоритеты всех элементов иерархии относительно критериев более высокого уровня. Для этого используют метод парных сравнений. Эксперты сравнивают попарно альтернативы  $O_1, O_2, \dots, O_n$  (объекты, критерии, элементы) с помощью шкалы отношений. На основе полученных данных формируют матрицы парных сравнений  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $a_{ij}$  – это положительное число, показывающее во сколько раз вес элемента  $O_i$  больше веса  $O_j$ , то есть  $a_{ij} = \frac{\omega_i}{\omega_j}$ , где  $\omega_i, \omega_j$  – веса  $i$ -го и  $j$ -го элементов соответственно.

3. Глобальные приоритеты альтернатив синтезируются с помощью линейной свертки приоритетов элементов на иерархии.

4. Полученные в количественной форме суждения проверяются на согласованность.

Существует множество дополнений и уточнений классического МАИ, в том числе МАИ основанный на нечеткой математике [2]. Нечеткий МАИ позволяет решить одну из проблем классического МАИ, заключающуюся в

неспособности учесть неопределенность, связанную с отображением человеческого суждения на естественном языке. Эксперт может сомневаться в степени предпочтительности одной альтернативы над другой. Одного значения из шкалы отношений часто бывает недостаточно, чтобы выразить мнение эксперта о сравниваемых объектах. Достоинство использования нечеткого подхода состоит в описании относительных значений атрибутов с помощью нечетких чисел вместо точных. Нечеткое число представляет собой на самом деле целое множество чисел, каждое из которых имеет разный вес, задаваемый с помощью функции принадлежности. Благодаря этому эксперт получает возможность не только оценить степень предпочтения одного объекта над другим, но и выразить в этой оценке свои сомнения, опыт, интуицию.

Нечеткое МАИ строится на основе нечеткой интервальной арифметики с треугольными (трапециевидными) нечеткими числами и доверительным интервалом среднего значения весовых коэффициентов для оценочных элементов.

На практике мнение эксперта проще всего задать в виде треугольного нечеткого числа  $\tilde{A}$ , функция принадлежности которого имеет вид:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x-l}{m-l}, & x \in [l; m] \\ \frac{u-x}{u-m}, & x \in [m; u] \\ 0, & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

где  $l, u$  – соответственно нижняя и верхняя граница нечеткого числа  $\tilde{A}$ ,  $m$  – мода ( $\mu_{\tilde{A}}(m) = 1$ ). Следовательно, нечеткое число представляет собой тройку  $\tilde{A} = (l, m, u)$ . Далее будем рассматривать только треугольные нечеткие числа.

Алгебраические операции над нечеткими треугольными числами приведены в [3]. Для определения веса альтернативы в МАИ необходимо сравнивать нечеткие числа. В [4] приведены методы сравнения нечетких чисел.

В нечетком МАИ элементы нечеткой матрицы парных сравнений (НМПС)  $\tilde{A}$  представляют собой нечеткие треугольные числа  $\tilde{a}_{ij} = (l_{ij}, m_{ij}, u_{ij})$ . Оценка весов показателей в условиях нечетких входных данных проводится на основе построения и анализа нечетких матриц парных сравнений. Обратносимметричные элементы таких матрицы вычисляются по формулам:

$$\tilde{a}_{ji} = 1/\tilde{a}_{ij} = (1/u_{ij}, 1/m_{ij}, 1/l_{ij}).$$

При построении НМПС используют, например, эмпирические шкалы. Пример эмпирической шкалы приведен в Таблице 1.

Таблица 1 – Эмпирическая шкала

Высказывание	$\tilde{a}_{ij} = (u_{ij}, m_{ij}, l_{ij})$ ( $O_i \succ O_j$ )	Обратная к $\tilde{a}_{ij}$ величина $\tilde{a}_{ji} = (1/u_{ij}, 1/m_{ij}, 1/l_{ij})$ ( $O_i \prec O_j$ )	$a_{ij}$ (шкала Саати)	$1/a_{ij}$ (шкала Саати)
если отсутствует преимущество элемента $O_i$ над элементом $O_j$	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	1	1
если имеется слабое преимущество $O_i$ над $O_j$	(1, 1,5, 2)	(1/2, 2/3, 1)	3	1/3
если имеется существенное преимущество $O_i$ над $O_j$	(1,5, 2, 2,5)	(2/5, 1/2, 2/3)	5	1/5
если имеется явное преимущество $O_i$ над $O_j$	(2, 2,5, 3)	(1/3, 2/5, 1/2)	7	1/7
если имеется абсолютное преимущество $O_i$ над $O_j$	(2,5, 3, 3)	(1/3, 1/3, 2/5)	9	1/9

В рамках НМАИ вычисляются так называемые Fuzzy Synthetic Extents (FSE), т.е. нечёткие искусственные (синтетические) величины (НИВ) (точный перевод в русскоязычных источниках отсутствует) для каждой строки НМПС и степени возможности того, что один НИВ (FSE) больше другого. Эти степени сравниваются между собой, с целью определения наименьшей. В дальнейшем полученные значения используются для составления вектора весов альтернатив.

Алгоритм вычисления весов элементов  $O_i, i = \overline{1, n}$  в НМАИ приведен, например в [3].

Таким образом, используя НМАИ, удастся получить количественные показатели, на основании которых возможно сравнение привлекательности рассматриваемых альтернатив по нескольким критериям.

Однако, несмотря на все достоинства, приведенного выше метода, следует отметить недостатки:

- шкала, используемая для оценки, субъективна и абстрактна;
- трудоемкость вычислений;
- полученные числовые характеристики альтернатив не обладают свойством линейности, т.е. если она из альтернатив в несколько раз предпочтительнее другой, то оценки этого не будут отражать.

Для устранения перечисленных недостатков в [5] был предложен оригинальный подход, использующий элементы метода Раша оценки латентных переменных. Под латентными или скрытыми переменными будем понимать такие переменные, которые не могут быть измерены в явном виде, а могут быть лишь оценены с помощью каких-либо математических моделей на основе наблюдаемых переменных, называемых индикаторами [6].

Приведем краткое описание данной модели. Пусть имеется  $n$  вариантов проведения текущего контроля, которые нужно оценить по качественному критерию. Эксперт, используя метод парных сравнений, пытается определить количественный показатель привлекательности каждого варианта. Полученные оценки описываются матрицей эмпирических вероятностей  $P = (p'_{ij})_{n \times n}$ , где  $p'_{ij}$  - вероятность того, что будет выбран вариант текущего контроля  $A_i$  против варианта  $A_j$ . Пример такой шкалы представлен в Таблице 2.

Таблица 2 – Шкала парного сравнения вариантов текущего контроля

Уровень важности $i$ -го варианта текущего контроля перед $j$ -м	Вероятность $p'_{ij}$
Равная важность	0,5
Умеренное превосходство	0,6
Существенное превосходство	0,7
Значительное превосходство	0,8
Очень большое превосходство	0,9
Однозначное предпочтение	1

Теоретические вероятности  $p_{ij}$  выбора контрольного мероприятия  $A_i$  по сравнению с мероприятием  $A_j$  вычисляются по формуле:

$$p_{ij} = \frac{e^{\beta_i - \beta_j}}{1 + e^{\beta_i - \beta_j}}, \quad (2)$$

где  $\beta_i$  - привлекательность  $i$ -го варианта по анализируемому критерию. Следует отметить, что формула (2) представляет собой логистическую функцию и аналогична формуле расчета вероятностей при Раш-анализе [6].

Заметим, что из приведенной формулы следует, что при  $\beta_i = \beta_j$ , т.е. привлекательности двух вариантов равны,  $p_{ij} = \frac{1}{2}$ . Если привлекательность одного варианта контроля много больше чем другого ( $\beta_i \gg \beta_j$ ), то вероятность выбора  $i$ -го варианта будет стремиться к 1, но никогда не будет равна 1. Таким образом, эта модель допускает, что даже при значительной разнице в привлекательности вариантов, может быть выбран непривлекательный способ текущего контроля.

В силу того, что для парного сравнения вариантов контроля используется непрерывная шкала, значение которой могут принимать непрерывные значения из отрезка  $[0,1]$ , для нахождения численных значений оценок  $\beta_i$  целесообразно использовать метод наименьших квадратов (МНК). Используя эмпирические вероятности  $p'_{ij}$  и формулу (2), решение задачи сводится к минимизации остаточной суммы:

$$S(\beta_i) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (p'_{ij} - p_{ij})^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left( p'_{ij} - \frac{e^{\beta_i - \beta_j}}{1 + e^{\beta_i - \beta_j}} \right)^2 \rightarrow \min. \quad (3)$$

Очевидно, что решение задачи (3) будет неоднозначным. Поэтому на параметры  $\beta_i$  необходимо наложить дополнительное условие, например, равенство 0 наименьшей оценки  $\beta_i$ :

$$\min \beta_i = 0. \quad (4)$$

Веса  $w_i$  для анализируемого критерия ищутся путем нормализации  $\beta_i$  на единичную шкалу по формулам  $w_i = \frac{\beta_i}{\max_i \beta_i}$  или  $w_i = \frac{\beta_i}{\sum_{i=1}^n \beta_i}$ .

Приведенная выше методика позволяет проводить оценки альтернатив по одному критерию. Для многокритериальных задач выбора оптимального варианта по приведенного выше методу находят степени привлекательности альтернатив  $w_i^k$  для каждого  $k$ -го критерия, и веса самих критериев  $W^k$ . Затем находят функции полезности для каждой альтернативы  $F_i = \sum_k w_i^k W^k$ , и принимается альтернатива, у которой функция полезности максимальная [5].

Использование метода Раша для оценки возможных альтернатив проведения текущего контроля обладает рядом преимуществ по сравнению с НМАИ.

Во-первых, простота вычислений. Для расчета количественного показателя привлекательности альтернатив используется метод наименьших квадратов, который с точки зрения вычислительной реализации значительно проще НМАИ. Модель (3) с необязательными ограничениями (4) является классической задачей нелинейной оптимизации и может быть реализована, например, в MS Excel с помощью надстройки «Поиск решения».

Во-вторых, уход от субъективных оценок экспертов к объективным. Полученные в результате вычислений оценки являются уникальными характеристиками альтернатив, которые независимы от оценок других

альтернатив, а теоретические вероятности  $p_{ij}$  являются устойчивыми к малым изменениям мнений экспертов. Полученные характеристики альтернатив в дальнейшем могут быть использованы, например, в качестве параметров математических моделей организации и оценки качества групповых занятий.

В-третьих, полученные оценки обладают свойством линейности, что особенно важно в случае дальнейшего использования полученных результатов в качестве параметров оптимизационных моделей.

**Результаты.** Была построена иерархическая модель для нахождения весов разных видов мероприятий текущего контроля (Рисунок 1). Эффективность процесса обучения является вершиной иерархии. При выборе контрольного мероприятия для достижения цели учитывались, с одной стороны, затрачиваемые на это мероприятие ресурсы, а с другой стороны, влияние проводимого мероприятия на эффективность обучения. Данные критерии были названы критериями первого уровня.

В свою очередь, затрачиваемые на мероприятие ресурсы были разделены на:

- время, требуемое для проведения мероприятия;
- время подготовки преподавателя;
- средства, необходимые для проведения мероприятия.

А эффективность обучения рассматривалась с точки зрения:

- достижения успешности обучения и академической успеваемости;
- приобретения знаний;
- достижения необходимой степени наработанности умений и навыков;
- достижения необходимого уровня развития обучаемых;
- достижения необходимого уровня обученности и обучаемости.

Эти критерии были названы критериями второго уровня.

В качестве альтернативных контрольных мероприятий были выбраны тест, опрос, вызов к доске, самостоятельный типовой расчет, блиц-контрольная. На Рисунке 1 показана иерархическая модель.

Для каждого уровня иерархической модели были определены веса критериев и альтернатив по отношению к цели и критериям более высокого уровня иерархии. Парное сравнение критериев и альтернатив производилось на основе нечеткой шкалы, приведённой в Таблице 2. Например, матрица парных сравнений для определения вклада в цель критериев первого уровня приведена в Таблице 3.

Матрица парных сравнений для определения вклада в критерий K1 критериев второго подуровня K1.1, K1.2, K1.3 приведена в Таблице 4.



Рисунок 1 – Иерархическая модель для достижимости цели эффективности процесса обучения

Таблица 3 – Матрица парных сравнений для определения вклада в цель критериев первого уровня

Цель	K1			K2		
	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>u</i>	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>u</i>
K1	1	1	1	1	1,5	2
K2	0,5	0,667	1	1	1	1

Таблица 4 – Матрица парных сравнений для определения вклада в критерий K1 критериев второго подуровня K1.1, K1.2, K1.3

K1	K1.1			K1.2			K1.3		
K1.1	1	1	1	1	1,5	2	1,5	2	2,5
K1.2	0,5	0,667	1	1	1	1	2,5	3	3
K1.3	0,4	0,5	0,667	0,333	0,333	0,4	1	1	1

Аналогичным образом были составлены нечеткие матрицы парных сравнений для всех объектов по всем выбранным критериям. Обработка НМПС проведена с использованием MS Excel. Веса критериев 1-го и 2-го уровня и контрольных мероприятий приведены в Таблице 5.



Таблица 5 – Веса критериев 1-го и 2-го уровня и контрольных мероприятий

	Цель								Веса контрольных мероприятий относительно цели (%)
	К1			К2					
	0,578			0,422					
	K1.1	K1.2	K1.3	K2.1	K2.2	K2.3	K2.4	K2.5	
	0,424	0,432	0,144	0,759	0,241	0	0	0	
A1	0,595	0,214	0,036	0,142	0,000	0,000	0,000	0,124	24,77%
A2	0,000	0,302	0,506	0,208	0,396	0,299	0,409	0,220	22,44%
A3	0,000	0,335	0,420	0,364	0,063	0,164	0,014	0,390	24,16%
A4	0,000	0,000	0,000	0,000	0,439	0,310	0,542	0,009	4,47%
A5	0,405	0,149	0,038	0,286	0,102	0,227	0,035	0,257	24,16%

Из Таблицы 5 видно, что тест, с точки зрения затратности ресурсов и вклада в эффективность обучения, оказался самым весомым («выгодным»). На последнем месте стоит самостоятельный типовой расчет.

Теперь рассмотрим применение Раш-метода к решению задачи выбора набора контрольных мероприятий для текущего контроля. Пусть также оценивается 5 альтернативных контрольных мероприятий (тест (A<sub>1</sub>), опрос (A<sub>2</sub>), вызов к доске (A<sub>3</sub>), самостоятельный типовой расчет (A<sub>4</sub>), блиц-контрольная (A<sub>5</sub>)) по двум критериям затрачиваемые ресурсы (K<sub>1</sub>) и достижение качества обучения (K<sub>2</sub>). На основе экспертных оценок получены матрицы вероятностей  $p'_{ij}$  для каждого из критериев, которые приведены в Таблице 6. Результаты расчетов приведены в Таблице 7

Таблица 6 – Матрица оценок  $p'_{ij}$

	Критерий K <sub>1</sub> W <sup>1</sup> =0,578						Критерий K <sub>2</sub> W <sup>2</sup> =0,422				
	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>		A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>
A <sub>1</sub>	0,5	0,6	0,7	0,8	0,8	A <sub>1</sub>	0,5	0,4	0,4	0,1	0,2
A <sub>2</sub>	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	A <sub>2</sub>	0,6	0,5	0,9	0,4	0,6
A <sub>3</sub>	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	A <sub>3</sub>	0,6	0,1	0,5	0,2	0,3
A <sub>4</sub>	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	A <sub>4</sub>	0,9	0,6	0,8	0,5	0,2
A <sub>5</sub>	0,2	0,2	0,3	0,4	0,5	A <sub>5</sub>	0,8	0,4	0,7	0,8	0,5

Таблица 7 – Оценки привлекательности вариантов контрольных мероприятий по критериям и функции полезности

Оценки	Варианты контрольных мероприятий				
	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>
Расчетные оценки $\beta_i^1$ по критерию K <sub>1</sub>	1,65	1,26	0,83	0,39	0,00
Нормированные оценки $w_i^1$ по критерию K <sub>1</sub>	0,40	0,31	0,20	0,09	0,00
Расчетные оценки $\beta_i^2$ по критерию K <sub>2</sub>	0,00	1,35	0,15	1,28	1,55
Нормированные оценки $w_i^2$ по критерию K <sub>2</sub>	0,00	0,31	0,04	0,30	0,36
Функции полезности	0,23	0,31	0,13	0,18	0,15

Наилучшую оценку по совокупности критериев получил вариант  $A_2$  – опрос, наихудшую вариант  $A_3$  – вызов к доске.

Полученные числовые характеристики являются линейными и независимыми от рассматриваемых вариантов контрольных мероприятий.

**Заключение.** В настоящей статье были рассмотрены два метода решения задачи определения весов различных видов мероприятий текущего контроля успеваемости. Были рассмотрены преимущества и недостатки, а также приведены алгоритмы решения задачи. Полученные веса могут быть использованы в моделях формирования набора контрольных мероприятий, основанных на минимизации трудности их осуществления или максимизирующих их полезность.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. – М.: Радио и связь, 1993. –278 с.
2. Chang D.Y. Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP / D.Y. Chang // European Journal of Operational Research, V. 9, № 3, 1996. –Р. 649-655.
3. Мухаметзянов И.З. Нечеткий логический вывод и нечеткий метод анализа иерархий в системах поддержки принятия решений: приложение к оценке надежности технических систем // Кибернетика и программирование, № 2, 2017. – С.59-77.
4. Воронцов Я.А. Методы параметризованного сравнения нечётких треугольных и трапециевидных чисел / Я.А. Воронцов, М.Г. Матвеев // Вестник ВГУ, серия: Системный анализ и информационные технологии, № 2, 2014.– С. 90-97.
5. Баркалов С.А. Применение метода наименьших квадратов при оценке латентных переменных методом Раша / С.А. Баркалов, С.И. Моисеев, Е.В. Соловьева // Научный вестник Воронежского ГАСУ. Сер. «Управление строительством». – Воронеж, 2014. Выпуск №1 (6). –С. 98-100.
6. Киреев Ю.В. Применение модели Раша оценки латентных переменных в экспертном оценивании. // Наука и современность, №35, 2015. –С. 139-143.

N.E. Krasova, N.A. Aleynikova  
**MATHEMATICAL MODELING OF THE TASK OF DETERMINING A  
SET OF CONTROL EVENTS USING A FUZZY METHOD OF  
ANALYSIS OF HIERARCHIES AND A METHOD BASED ON  
MEASURING LATENT VARIABLES**

*Zhukovsky-Gagarin Air Force Academy, Voronezh*

*The article discusses the mathematical modeling of the problem of multi-criteria selection of control measures for the ongoing monitoring of performance using two methods: a method of fuzzy analysis of hierarchies and a method based on measuring latent variables (the Rush method). Both methods are expert methods. The advantage of using a fuzzy hierarchy analysis method is to describe the relative attribute values using fuzzy numbers instead of exact ones. Due to this, the expert gets the opportunity not only to assess the degree of preference of one object over another, but also to express his doubts, experience, intuition in this assessment. The main disadvantage of this approach is the complexity and complexity of the calculations. The advantages of the Rush method are in the simplicity of calculations, in the transition from the subjective assessments of experts to the objective ones, which possess the property of linearity. Within the framework of the constructed hierarchical model aimed at increasing the efficiency of the learning process, weights of different types of control measures are determined by these methods. In the future, the weights obtained can be used as parameters in the models for the formation of a set of control measures based on minimizing the difficulty of their implementation and maximizing their usefulness.*

**Keywords:** expert estimation methods, pairwise comparison matrix, fuzzy analysis of hierarchies, latent variables, Rush method.

### REFERENCES

1. Saaty T. Decision Making. Hierarchy analysis method. - M.: Radio and communications, 1993. –278 p.
2. Chang D.Y. Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP / D.Y. Chang // European Journal of Operational Research, V. 9, № 3, 1996. –P. 649-655.
3. Mukhametzyanov I.Z. Fuzzy inference and fuzzy analysis of hierarchies in decision support systems: an application to assess the reliability of technical systems // Cybernetics and Programming, № 2, 2017. - P.59-77.
4. Vorontsov Ya.A. Parameterized comparison methods for fuzzy triangular and trapezoidal numbers / Ya.A. Vorontsov, M.G. Matveev // Vestnik VSU, series: System Analysis and Information Technologies, № 2, 2014.– P. 90-97.
5. Barkalov S.A. Application of the method of least squares in the evaluation of latent variables by the method of Russia / S.A. Barkalov, S.I. Moiseev, E.V. Solovyov // Scientific Bulletin of the Voronezh GASU. Ser. "Construction management". - Voronezh, 2014. Issue number 1 (6). -WITH. 98-100.
6. Kireev Yu.V. Application of the Rush model for evaluating latent variables in expert estimation. // Science and Modernity, №35, 2015. –C. 139-143.