УДК 519.76 doi: 10.26102/2310-6018/2019.24.1.007

А.В. Ганичева, А.В. Ганичев

МОДЕЛЬ СИСТЕМНОЙ ДИНАМИКИ ПРОЦЕССА ОБУЧЕНИЯ

*Тверская государственная сельскохозяйственная академия,
Тверской государственный технический университет,
Тверь, Россия*

Актуальность данной работы обусловлена важностью учета в учебном процессе личностных качеств обучаемых. Важность решения данной проблемы определяется тем, что компетентностный подход предполагает формирование будущих работников, способных самостоятельно действовать в различных ситуациях, оказывать влияние на других. При обучении в неоднородных учебных коллективах (группах) можно выделить подгруппы учащихся по разным критериям: способностям, успеваемости, дисциплине и т.д. Подгруппы обучаемых оказывают влияние друг на друга. Сила этого влияния зависит от численности подгрупп, коэффициентов влияния и времени воздействия. В результате взаимного влияния возможен переход обучаемого из одной группы в другую. В статье использован метод математического моделирования для анализа и учета динамического взаимовлияния учащихся в коллективе. Модель построена на основе системы дифференциальных уравнений Дж. Форрестера. Получено аналитическое решение системы для типового случая в учебном процессе – наличия трех видов подгрупп обучаемых. Для иллюстрации полученных результатов приведен числовой пример. Результаты его решения представлены графически. Рассмотрены важные частные случаи общей системы дифференциальных уравнений (задание соотношений между коэффициентами влияния). Разработанная математическая модель позволит совершенствовать качество образовательного процесса.

Ключевые слова: группа обучаемых, модель, коэффициенты влияния, система дифференциальных уравнений, решение.

Введение. Для описания и исследования процессов в сложных динамических системах применяется аппарат системной динамики, разработанный Дж. Форрестером [1]. Реализация моделей системной динамики осуществляется методом имитационного моделирования. Этот метод используется для исследования процессов взаимодействия интеллектуальных агентов в многоагентных системах [2, 3], оценки качества образовательного процесса в вузе [4], моделирования задачи системной динамики «Ассимиляция этносов» [5] и в других приложениях. Наиболее часто для разработки имитационных исполняемых моделей и последующего их применения для анализа процессов применяется средство AnyLogic.

Исследованиям, выполняемым с помощью метода имитационного моделирования, присущи известные достоинства и недостатки, на которых не будем останавливаться. При построении моделей системной динамики недостаточное внимание, на наш взгляд, уделяется вопросам получения аналитического решения систем дифференциальных уравнений ввиду их сложности. Однако, многие задачи системной динамики могут быть решены аналитически, например, описание динамики качества обучения [6], планирование мероприятий [7], управление резервом оценок в учебном процессе [7, 8].

Настоящая работа посвящена разработке динамической модели учета взаимного влияния обучающихся в учебной группе и получении аналитического решения системы дифференциальных уравнений, описывающих процесс динамического взаимодействия учащихся. Для достижения данной цели решены следующие задачи:

1. В качестве модели динамического взаимовлияния учащихся использована система дифференциальных уравнений Форрестера, аналогичная системам, используемым в работах [3, С. 147] и [4, С. 79].
2. Получено аналитическое решение системы дифференциальных уравнений модели.
3. Исследованы важные частные случаи общей системы дифференциальных уравнений путем задания соотношений между коэффициентами влияния.

Новизна данного исследования заключается в аналитическом решении системы дифференциальных уравнений определенного вида для модели системной динамики.

1. Система дифференциальных уравнений модели и ее решение

Рассмотрим учебную группу, состоящую из трех типовых подгрупп. Например, можно выделить 3 типа учащихся по усвоению знаний. Назовем эти типы условно:

1. полностью обучаемые;
2. частично обучаемые;
3. не обучаемые.

Обозначим:

$N_1(0)$, $N_2(0)$, $N_3(0)$ – начальное количество учащихся первого, второго и третьего типов соответственно;

$N_1(t)$, $N_2(t)$, $N_3(t)$ – численность учащихся, меняющаяся со временем;

$\alpha_{12}(t)$, $\alpha_{13}(t)$ – коэффициенты влияния учащихся первого типа на учащихся второго и третьего типов соответственно;

$\alpha_{21}(t)$, $\alpha_{23}(t)$ – коэффициенты влияния учащихся второго типа на учащихся первого и третьего типов соответственно;

$\alpha_{31}(t)$, $\alpha_{32}(t)$ – коэффициенты влияния учащихся третьего типа на учащихся первого и второго типов соответственно;

$t=\overline{0,T}$, где T – конечное значение времени наблюдения.

Каждая подгруппа обучаемых своим влиянием вынуждает учащихся других подгрупп обрести такой же тип, как и у нее. Успех влияния зависит от величины коэффициентов влияния, а также от начальной и меняющейся со временем численностей учащихся каждой из подгрупп. Чем больше учащихся становится в определенной подгруппе, тем больше сила их влияния на учащихся из других подгрупп.

Модель динамического взаимовлияния учащихся, которое приводит к изменению численности представителей каждого типа, записывается следующим образом:

$$\begin{cases} \dfrac{dN_1(t)}{dt}=\dfrac{\alpha_{12}(t)\cdot N_2(0)}{N_2(t)}+\dfrac{\alpha_{13}(t)\cdot N_3(0)}{N_3(t)}-\dfrac{\alpha_{21}(t)\cdot N_1(0)}{N_1(t)}-\dfrac{\alpha_{31}(t)\cdot N_1(0)}{N_1(t)}, \\ \dfrac{dN_2(t)}{dt}=\dfrac{\alpha_{21}(t)\cdot N_1(0)}{N_1(t)}+\dfrac{\alpha_{23}(t)\cdot N_3(0)}{N_3(t)}-\dfrac{\alpha_{12}(t)\cdot N_2(0)}{N_2(t)}-\dfrac{\alpha_{32}(t)\cdot N_2(0)}{N_2(t)}, \\ \dfrac{dN_3(t)}{dt}=\dfrac{\alpha_{31}(t)\cdot N_1(0)}{N_1(t)}+\dfrac{\alpha_{32}(t)\cdot N_2(0)}{N_2(t)}-\dfrac{\alpha_{13}(t)\cdot N_3(0)}{N_3(t)}-\dfrac{\alpha_{23}(t)\cdot N_3(0)}{N_3(t)}. \end{cases} \tag{1}$$

Остановимся на пояснении смысла коэффициентов влияния. Допустим, в первом уравнении системы (1) все коэффициенты, кроме коэффициента $\alpha_{12}(t)$, равны нулю. Тогда $\alpha_{12}(t)=\dfrac{N_1'(t)}{N_2(0)/N_2(t)}$, т.е. коэффициент влияния $\alpha_{12}(t)$ характеризует относительную скорость изменения численности первой группы при отсутствии воздействия на эту группу двух других групп, а также воздействия первой группы на третью группу. Совершенно аналогично характеризуются остальные коэффициенты влияния.

Предположим, что имеет место зависимость

$$\alpha_{13}(t)=m_1\cdot N_1(t)\cdot N_3(t), \text{ где } m_1=const.$$

Это означает прямо пропорциональную зависимость коэффициента влияния учащихся первого типа на учащихся третьего типа от численности групп первого и третьего типа в каждый момент времени. Аналогично задаются остальные коэффициенты влияния:

$$\alpha_{12}(t)=m_2\cdot N_1(t)\cdot N_2(t),\quad \alpha_{21}(t)=m_3\cdot N_1(t)\cdot N_2(t),\quad \alpha_{31}(t)=m_4\cdot N_1(t)\cdot N_3(t),$$

$$\alpha_{23}(t)=m_5\cdot N_2(t)\cdot N_3(t),\quad \alpha_{32}(t)=m_6\cdot N_2(t)\cdot N_3(t).$$

Здесь m_i $(i=\overline{2-5})$ - числовые коэффициенты.

Введем следующие обозначения:

$$x = N_1(t), \cdot y = N_2(t), \; z = N_3(t).$$

Для данного случая запишем систему (1) в виде:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = m_1 \cdot N_1(t) \cdot N_2(0) + m_2 \cdot N_1(t) \cdot N_3(0) - m_3 \cdot N_1(0) \cdot N_2(t) - m_4 \cdot N_1(0) \cdot N_3(t), \\ \dfrac{dy}{dt} = m_3 \cdot N_1(0) \cdot N_2(t) + m_5 \cdot N_3(0) \cdot N_2(t) - m_2 \cdot N_1(t) \cdot N_2(0) - m_6 \cdot N_2(0) \cdot N_3(t), \\ \dfrac{dz}{dt} = m_4 \cdot N_1(0) \cdot N_3(t) + m_6 \cdot N_2(0) \cdot N_3(t) - m_1 \cdot N_1(t) \cdot N_3(0) - m_5 \cdot N_3(0) \cdot N_2(t). \end{cases} \quad (2)$$

Для простоты изложения введем следующие обозначения:

$$m_1 \cdot N_3(0) + m_2 \cdot N_2(0) = u_1, \quad m_3 \cdot N_1(0) = u_2, \quad m_4 \cdot N_1(0) = u_3,$$

$$m_2 \cdot N_2(0) = v_1, \quad m_3 \cdot N_1(0) + m_5 \cdot N_3(0) = v_2, \quad m_6 \cdot N_2(0) = v_3,$$

$$m_1 \cdot N_3(0) = w_1, \quad m_5 \cdot N_2(0) = w_2, \quad m_4 \cdot N_1(0) + m_6 \cdot N_2(0) = w_3.$$

Тогда система (2) преобразуется к виду:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = u_1 \cdot x - u_2 \cdot y - u_3 \cdot z, \\ \dfrac{dy}{dt} = -v_1 \cdot x + v_2 \cdot y - v_3 \cdot z, \\ \dfrac{dz}{dt} = -w_1 \cdot x - w_2 \cdot y + w_3 \cdot z. \end{cases} \quad (3)$$

Это линейная однородная система дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Находим корни характеристического уравнения: $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. Не нарушая общности, будем считать, что все корни действительные и различные.

Пусть числу λ_k $\left(k = \overline{1,3}\right)$ соответствует собственный вектор (p_{1k}, p_{2k}, p_{3k})
.

Система (3) имеет 3 решения:

$$x_{11} = p_{11} \cdot e^{\lambda_1 t}, \quad x_{21} = p_{21} \cdot e^{\lambda_1 t}, \quad x_{31} = p_{31} \cdot e^{\lambda_1 t},$$

$$x_{12} = p_{12} \cdot e^{\lambda_2 t}, \quad x_{22} = p_{22} \cdot e^{\lambda_2 t}, \quad x_{32} = p_{32} \cdot e^{\lambda_2 t},$$

$$x_{13} = p_{13} \cdot e^{\lambda_3 t}, \quad x_{23} = p_{23} \cdot e^{\lambda_3 t}, \quad x_{33} = p_{33} \cdot e^{\lambda_3 t}.$$

Общее решение системы:

$$\begin{cases} x = D_1 \cdot x_{11} + D_2 \cdot x_{12} + D_3 \cdot x_{13}, \\ y = D_1 \cdot x_{21} + D_2 \cdot x_{22} + D_3 \cdot x_{23}, \\ z = D_1 \cdot x_{31} + D_2 \cdot x_{32} + D_3 \cdot x_{33}. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь D_1, D_2, D_3 – постоянные, которые находятся из (4) при заданных начальных условиях.

Рассмотрим следующий пример.

Пусть $N_1(0)=12$, $N_2(0)=18$, $N_3(0)=10$, $m_1=0{,}002$, $m_2=0{,}003$, $m_3=0{,}002$, $m_4=0{,}001$, $m_5=0{,}002$, $m_6=0{,}001$. Тогда $u_1=0{,}074$, $u_2=0{,}024$, $u_3=0{,}012$, $v_1=0{,}054$, $v_2=0{,}044$, $v_3=0{,}018$, $w_1=0{,}02$, $w_2=0{,}02$, $w_3=0{,}03$;

$$\begin{cases} x'=(74x-24y-12z)\cdot 0{,}001; \\ y'=(-54x+44y-18z)\cdot 0{,}001; \\ z'=(-20x-20y+30z)\cdot 0{,}001. \end{cases}$$

При этом $t\in[0,\ 36\ \text{академических часов}]$.

Решение данной системы запишется в виде

$$\begin{cases} x=3{,}93+9{,}61\cdot e^{0{,}098t}, \\ y=-4{,}32+36{,}99\cdot e^{0{,}05t}-16{,}34\cdot e^{0{,}098t}, \\ z=21{,}22+49{,}32\cdot e^{0{,}05t}-51{,}89\cdot e^{0{,}098t}. \end{cases}$$

Графически решение показано на Рисунке 1.

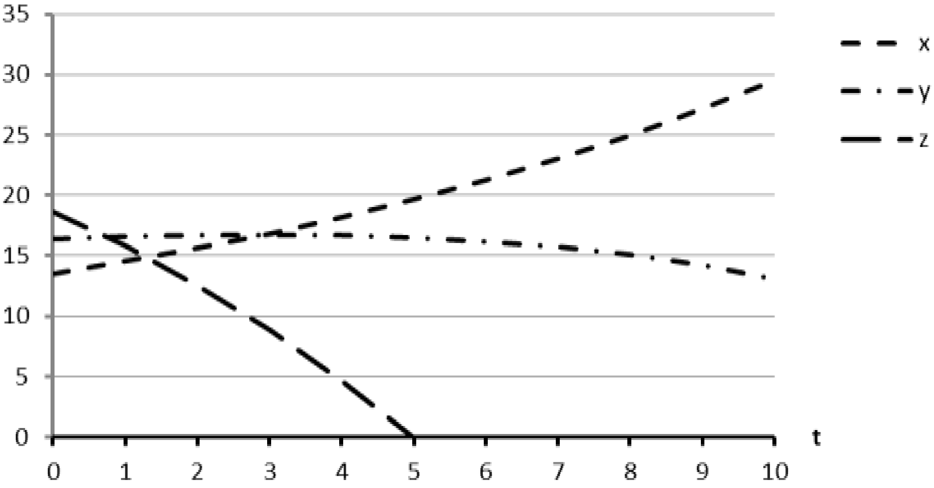

Рисунок 1 – Решение системы дифференциальных уравнений

2. Частные случаи системы дифференциальных уравнений модели

Рассмотрим некоторые важные частные случаи системы (1).

Сначала упростим систему (1), используя следующие обозначения. Пусть

$$x=N_1(t),\cdot y=N_2(t),\ z=N_3(t).$$

$$a_1=\alpha_{21}(t)\cdot N_1(0)+\alpha_{31}(t)\cdot N_1(0),\quad a_2=\alpha_{22}(t)\cdot N_2(0),\quad a_3=\alpha_{13}(t)\cdot N_3(0),$$

$$b_1 = \alpha_{21}(t)\cdot N_1(0),\quad b_2 = \alpha_{12}(t)\cdot N_2(0) + \alpha_{32}(t)\cdot N_2(0),\quad b_3 = \alpha_{23}(t)\cdot N_3(0),$$
$$c_1 = \alpha_{31}(t)\cdot N_1(0),\quad c_2 = \alpha_{23}(t)\cdot N_2(0),\quad c_3 = \alpha_{13}(t)\cdot N_3(0) + \alpha_{23}(t)\cdot N_3(0).$$

Отсюда

$$\begin{cases} x' = -\dfrac{a_1}{x} + \dfrac{a_2}{y} + \dfrac{a_3}{z}, \\ y' = \dfrac{b_1}{x} - \dfrac{b_2}{y} + \dfrac{b_3}{z}, \\ z' = \dfrac{c_1}{x} + \dfrac{c_2}{y} - \dfrac{c_3}{z}. \end{cases} \tag{5}$$

Заметим, что из (1) следуют соотношения:

$$a_1 = b_1 + c_1,\ -a_2 = c_2 - b_2,\ a_3 = c_3 - b_3.$$

С учетом этого система (5) запишется в виде:

$$\begin{cases} x' = -\dfrac{b_1 + c_1}{x} + \dfrac{c_2 - b_2}{y} + \dfrac{c_3 - b_3}{z}, \\ y' = \dfrac{b_1}{x} - \dfrac{b_2}{y} + \dfrac{b_3}{z}, \\ z' = \dfrac{c_1}{x} + \dfrac{c_2}{y} - \dfrac{c_3}{z}. \end{cases} \tag{6}$$

Предположим, что $c_2 = b_2$, т. е $a_2 = 0.$ Такая ситуация возникает, когда существует большое различие в успеваемости полностью обучаемых и частично обучаемых. Поэтому частично обучаемые намного тяжелее реагируют на учебный процесс, связанный с полностью обучаемыми.

Тогда система (6) преобразуется к виду:

$$\begin{cases} x' = -\dfrac{b_1 + c_1}{x} + \dfrac{c_3 - b_3}{z}, \\ y' = \dfrac{b_1}{x} - \dfrac{c_2}{y} + \dfrac{b_3}{z}, \\ z' = \dfrac{c_1}{x} + \dfrac{c_2}{y} - \dfrac{c_3}{z}. \end{cases} \tag{7}$$

Заметим, что в случае, когда $a_2 = 0$ сумма правых частей уравнений системы (7) равна нулю. Тогда $dx + dy + dz$ - первая интегрируемая комбинация и $\Phi_1 = x + y + z$- первый интеграл.

Рассмотрим ситуацию, когда влияние учащихся третьей группы на первую группу очень сильное, причем $\frac{c_1}{x}+\frac{c_2}{y}=\frac{c_3}{z}$. В этом случае влияние третьей группы на остальных равносильно противодействию. При этом

$$\frac{\alpha_{31}(t)\cdot N_1(0)}{N_1(t)}+\frac{\alpha_{32}(t)\cdot N_2(0)}{N_2(t)}=\frac{\alpha_{13}(t)\cdot N_3(0)}{N_3(t)}+\frac{\alpha_{23}(t)\cdot N_3(0)}{N_3(t)}.$$

Умножив первое и второе уравнение на $\frac{1}{x}$, третье на $\frac{1}{y}$ и сложив все три уравнения, получим

$$x'\cdot\frac{1}{x}+y'\cdot\frac{1}{x}+z'\cdot\frac{1}{y}=-\frac{b_1}{x^2}+\frac{b_1}{xy}-\frac{c_1}{x^2}+\frac{c_1}{xy}=\left(\frac{c_1}{x}+\frac{c_2}{y}-\frac{c_3}{z}\right)\cdot\left(-\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=0.$$

Таким образом, $\frac{1}{x}dx+\frac{1}{x}dy+\frac{1}{y}dz$ - вторая интегрируемая комбинация и $2\ln x+\ln y=\varPhi_2$ - первый интеграл. Поскольку $rank\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ \frac{1}{x} & \frac{1}{x} & \frac{1}{y}\end{bmatrix}=2,$ то $\varPhi_1$ и $\varPhi_2$ образуют базис первых интегралов. Следовательно, общее решение данной системы:

$$\begin{cases} x+y+z=D_1,\\ 2\ln x+\ln y=\ln D_2, \end{cases} \tag{8}$$

где D_1 и D_1 - постоянные, определяемые из начальных условий. Данная система преобразуется к виду:

$$\begin{cases} x+y+z=D_1,\\ x^2y=D_2, \end{cases} \tag{9}$$

где $D_1=N_1(0)+N_2(0)+N_3(0),$ и $D_2=N_1^{\,2}(0)\cdot N_3(0).$

Рассмотрим важный частный случай, когда численности групп совпадают и коэффициенты влияния постоянны. Пусть, например, $x=y$. Тогда из (6) имеем равенство правых частей первого и второго уравнений, откуда получаем

$$\begin{cases} \frac{2b_1+c_1-c_2}{x}+\frac{2b_3-c_3}{z}=0,\\ z'=\frac{c_1+c_2}{x}-\frac{c_3}{z}. \end{cases}$$

Отсюда получаем соотношения $x = \dfrac{(2b_1 + c_1 - c_2)z}{2b_3 - c_3}$, $z' = \dfrac{(2b_3 - c_3)(c_1 + c_2)}{(2b_1 + c_1 - c_2)z} - \dfrac{c_3}{z}$ и $\dfrac{z^2}{2} = \dfrac{2(c_1b_3 + c_2b_3 - c_1c_3 - b_1c_3)}{2b_1 + c_1 - c_2}t + D,$

где D – постоянная, определяемая из начальных условий. Для рассматриваемого случая $D = \dfrac{N_3^2(0)}{2}.$

Пусть, например, $N_1(t) = N_2(t)$, при $t=0$ $N_1(0) = N_2(0) = 13;$ $N_3(0) = 12;$ $\alpha_{12} = 0{,}5;$ $\alpha_{13} = 0{,}2;$ $\alpha_{21} = 0{,}2;$ $\alpha_{23} = 0{,}3;$, $\alpha_{31} = 0{,}3;$, $\alpha_{32} = 0{,}4$.

Тогда

$b_1 = 0{,}2 \cdot 13 = 2{,}6;$ $b_2 = 0{,}5 \cdot 13 + 0{,}4 \cdot 13 = 11{,}7;$ $b_3 = 0{,}3 \cdot 12 = 3{,}6;$ $c_1 = 0{,}3 \cdot 13 = 3{,}9;$ $c_2 = 0{,}4 \cdot 13 = 5{,}2;$ $c_3 = 2 \cdot 0{,}2 \cdot 12 = 4{,}8.$

Отсюда

$$\begin{cases} z = \sqrt{42{,}5t + 144}, \\ x = 1{,}63 \cdot \sqrt{45{,}2t + 144}. \end{cases}$$

Графики функций *z(t), x(t)* показаны на Рисунке 2.

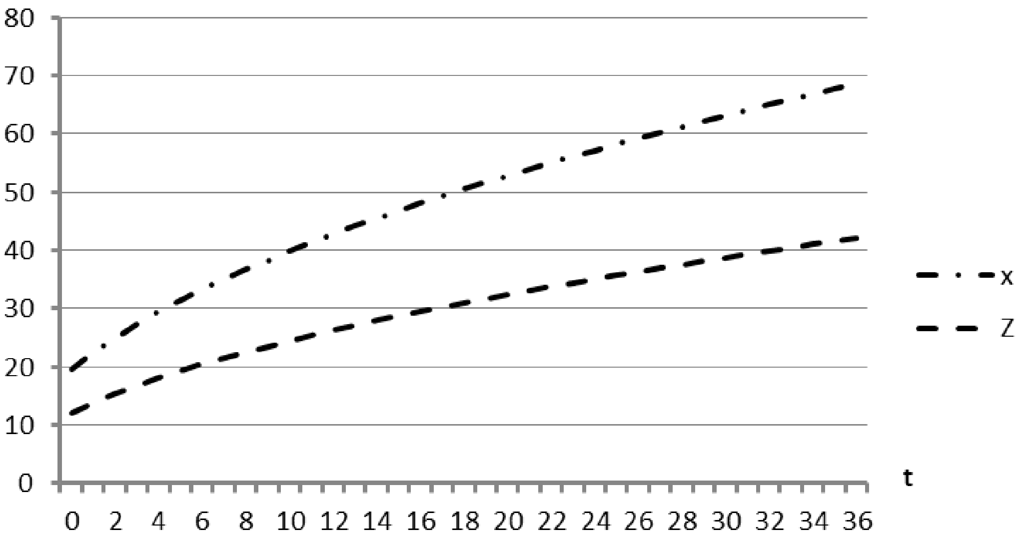

Рисунок 2 – Графики функций *z(t), x(t)*

Совершенно аналогично строится модель для случая, когда все коэффициенты влияния имеют вид kt^l, где k и l – постоянные, причем l – постоянная для всех коэффициентов влияния.

Для того, чтобы численности учащихся всех групп совпадали (т.е. $x=y=z$), должны выполняться условия:

$$\begin{cases} -b_1 - b_2 + 2c_3 - b_3 = 0, \\ b_1 - c_1 - b_2 - c_2 + b_3 = 0, \\ -b_1 - 2c_1 - b_2 - 2c_3 - b_3 = 0. \end{cases}$$

Заключение. Теоретическая значимость работы связана с получением аналитического решения для модели системной динамики при трех типах обучаемых.

Практическая значимость результатов заключается прежде всего в том, что разработанная динамическая модель может быть использована для повышения качества учебного процесса, особенно при групповой форме обучения.

Модель системной динамики для числа типов обучаемых больше трех становится слишком сложной для аналитического решения. В этом случае для исследований следует применять метод имитационного моделирования.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 170100728

ЛИТЕРАТУРА

1. Форрестер Дж. Мировая динамика: Пер. с англ. / Под редакцией Д. Гвишиани, Н. Моисеева. М.: Издательство АСТ; СПб.: Terra Fantastica, 2003. – 379 с.
2. Рыбина Г.В., Паронджанов С.С. Моделирование процессов взаимодействия интеллектуальных агентов в многоагентных системах // Искусственный интеллект и принятие решений, 2008. – № 3. – С. 3-15.
3. Мутовкина Н.Ю., Семенов Н.А. Модель изменения типов интеллектуальных агентов в методологии системной динамики anylogic // Программные продукты и системы, 2018. – № 1. – С. 145-151.
4. Яндыбаева Н.В., Кушников В.А. Оценка качества образовательного процесса в вузе на основе модели Дж. Форрестера // Вестник Саратовского государственного технического университета, 2011. – № 2 (55). – С. 176-181.
5. Маликов Р.Ф. Практикум по имитационному моделированию сложных систем в среде AnyLogic 6. – Уфа: Изд-во БГПУ, 2013. – 296 с.
6. Ганичева А.В. Модели развития учебного процесса // Вопросы современной науки и практики. Университет им. В.И. Вернадского, 2011. – № 3 (34). – С. 35-40.
7. Ганичева А.В. Математическая модель планирования мероприятий // В мире научных открытий. Серия Экономика и инновационное образование, 2011. – № 6 (18). – С. 254-260.

8. Ганичева А.В. Математическая модель оптимального управления резервными средствами в учебном процессе // В мире научных открытий, 2015. – № 12-3 (72). – С. 953-964.
9. Ганичева А.В. Математическая модель оценки качества обучения // В мире научных открытий, 2015. – № 6-1 (66). – С. 313-326.

A.V. Ganicheva, A.V. Ganichev

MODEL OF SYSTEM DYNAMICS OF PROCESS OF TRAINING

Tver state agricultural academy,
Tver state technical university,
Tver, Russia

The relevance of this work is caused by importance of account in educational process of personal qualities of trainees. Importance of the solution of this problem is defined by the fact that competence-based approach assumes formation of future workers capable independently to work in various situations, to have an impact on others. When training in non-uniform educational collectives (groups) it is possible to allocate subgroups of pupils by different criteria: to abilities, progress, discipline, etc. Subgroups of trainees have an impact at each other. Force of this influence depends on the number of subgroups, of coefficients of influence and time of impact. As a result of mutual influence, it is possible of the trainee to move from one group to another. The article uses the method of mathematical modeling to analyze and account for the dynamic interaction of pupils in the team. The model is based on the system of differential equations of J. Forrester. The analytical solution of a system for a standard case in educational process - existence of three types of subgroups of trainees is received. A numerical example is given to illustrate the results. Results of its decision are presented graphically. Important special cases of the General system of differential equations (setting of relations between the coefficients of influence) are considered. The developed mathematical model will improve the quality of the educational process.

Keywords: group of trainees, model, coefficients of influence, system of differential equations, solution.

REFERENCES

1. Forester J. World dynamics: The lane with English / Under D. Gvishiani, N. Moiseyev's edition. - M.: ACT publishing house; SPb.: Terra Fantastica, 2003. – 379 pages.
2. Big fish, Parondzhanov S.S. Modeling of processes of interaction of intellectual agents in mnogoagentny systems//Artificial intelligence and decision-making, 2008. – No. 3. – Page 3-15.

3. Mutovkina N.Yu., Semyonov N.A. Model of change of types of intellectual agents in methodology of system dynamics of anylogic//Software products and systems, 2018. – No. 1. – Page 145-151.
4. Yandybayeva N.V., Kushnikov V. A. Assessment of quality of educational process in higher education institution on the basis of model J. Forrester//the Bulletin of the Saratov state technical university, 2011. – No. 2 (55). – Page 176-181.
5. Malikov R.F. A workshop on imitating modeling of complex systems in the environment of AnyLogic 6. – Ufa: BGPU publishing house, 2013. – 296 pages.
6. Ganicheva A.V. of Model of development of educational process//Questions of modern science and practice. University of V.I. Vernadsky, 2011. – No. 3 (34). – Page 35-40.
7. Ganicheva A.V. Mathematical model of planning of actions//In the world of discoveries. Economy series and innovative education, 2011. – No. 6 (18). – Page 254-260.
8. Ganicheva A.V. Mathematical model of optimum control of reserve means in educational process//In the world of discoveries, 2015. – No. 12-3 (72). – Page 953-964.
9. Ganicheva A.V. Mathematical model of assessment of quality of training//In the world of discoveries, 2015. – No. 6-1 (66). – Page 313-326.